

**التمرين الأول: (05 نقاط)**

$$(I) \text{ الدالة العددية المعرفة على } [0; +\infty[ \text{ بـ } f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 3}$$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$ .

(2) بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$  :  $f(x) \geq 0$

(II) لتكن  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $u_0 = 0$  ،  $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أحسب الحدين  $u_1$  و  $u_2$ .

(2) \* بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq u_n < u_{n+1} < 1$ .

ب\* استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ، ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(III) لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = u_n^2 - 1$

(1) بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

(2) عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

(4) عبر عن المجاميع التالية بدلالة  $n$  :

$$S_n = (u_0 - 1)(u_0 + 1) + (u_1 - 1)(u_1 + 1) + (u_2 - 1)(u_2 + 1) + \dots + (u_n - 1)(u_n + 1)$$

$$S_n' = (u_0^2 - 0) + (u_1^2 - 1) + (u_2^2 - 2) + \dots + (u_n^2 - n)$$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

1 / أ\* عين مجموعة الثنائيات  $(x; y)$  من  $\mathbb{Z}^2$  حلول المعادلة:  $(E) : 8x - 5y = 3$

ب\* ليكن  $m$  عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية  $(p; a)$  من الأعداد الصحيحة تحقق:  $m = 5a + 4$  و  $m = 8p + 1$

بين أن الثنائية  $(p; q)$  هي حل للمعادلة  $(E)$  ، واستنتج أن:  $m \equiv 9[40]$

ج\* عين أصغر عدد طبيعي  $m$  أكبر من 2000 .

2 / أ\* أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $k$  لدينا:  $2^{3k} \equiv 1[7]$

ب\* ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^{2009}$  على 7 ؟

3 / ليكن  $a$  و  $b$  عدنان طبيعيين أقل من أو يساوي 9 مع  $a \neq 0$  ، ونعتبر العدد  $N$  حيث  $N$  يكتب في النظام العشري

كما يلي  $N = \overline{a00b}$  . نريد تعيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية  $N$  تلك التي تقبل القسمة على 7

أ\* تحقق من أن:  $10^3 \equiv -1[7]$

ب\* استنتج الأعداد الطبيعية  $N$  التي تقبل القسمة على 7 في الحالة  $a = 7[7]$



**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

أ / 1 \* احسب عدد الحالات الممكنة .

ب \* احسب احتمالات الأحداث التالية :

A " الحصول على 3 كرات من نفس اللون".

B " الحصول على كرة على الأقل حمراء " .

C " الحصول على كرتين على الأكثر حمراء " .

2 / نسمي  $X$  المتغير العشوائي الذي يرافق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ \* ما هي قيم  $X$  ؟

ب \* احسب الاحتمالات التالية :  $P(X=1)$  ،  $P(X=3)$  واستنتج  $P(X=2)$  .

ج \* احسب الأمل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

(I)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = x - 1 + e^{-x}$  .

1 / ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها .

2 / أ \* بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد معدوم .

ب \* استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  .

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \ln(x - 1 + e^{-x})$  .

نسمي  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

أ / 1 \* احسب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

ب \* احسب :  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  . فسر النتيجة هندسيا .

2 / ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

3 / أ \* أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = -x + \ln(xe^x - e^x + 1)$  .

ب \* استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا  $(\Delta)$  بجوار  $-\infty$  - يطلب تعيين معادلته .

ج \* ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  .

4 / أ \* احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$  ، ماذا يمكن القول عن المنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_{\ln})$  ؟

ب \* ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمنحنى  $(C_{\ln})$  .

5 / بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما  $\alpha$  ;  $\beta$  حيث:  $-1.1 < \alpha < -1.2$  و  $1.8 < \beta < 1.9$  .

6 / أ \* أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 1 .

ب \* أنشئ المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  والمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_{\ln})$  .

7 /  $m$  عدد حقيقي ، ناقش حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$(E) \dots \ln(x - 1 + e^{-x}) - (e - 1)x - 1 = m$$

**التمرين الاول :**

(I) الدالة العددية المعرفة على  $[0; +\infty[$  بـ:

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 3}$$

**(1) دراسة اتجاه تغير الدالة f :**

لدالة f قابلة للاشتقاق على  $[0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 3}}$

ما ان  $f'(x) \geq 0$  من أجل كل عدد حقيقي x من المجال

$[0; +\infty[$  فإن f متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$

**(2) نبين أنه من أجل كل x من  $[0; +\infty[$  :  $f(x) \geq 0$**

دينا: الدالة f متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$  و  $f(0) = 0$

الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند  $x = 0$  في المجال

$[0; +\infty[$ . اذن: من أجل كل x من  $[0; +\infty[$  :  $f(x) \geq 0$

(II) متتالية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $u_0 = 0$  ،  $u_{n+1} = f(u_n)$

$$\text{حساب } u_1 \text{ و } u_2 : u_1 = f(u_0) = \frac{1}{2}\sqrt{u_0^2 + 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u_2 = f(u_1) = \frac{1}{2}\sqrt{u_1^2 + 3} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

**(2) أنبين انه من أجل كل عدد طبيعي n :  $0 \leq u_n < u_{n+1} < 1$**

\* من اجل  $n = 0$  :  $0 \leq u_0 < u_1 < 1$  محققة لأن

$$(1) \dots (u_0 = 0, u_1 \approx 0.86)$$

\*نفرض أن  $0 \leq u_n < u_{n+1} < 1$  ونبرهن ان :

$$0 \leq u_{n+1} < u_{n+2} < 1 \text{ حيث } n \text{ عدد طبيعي .}$$

لدينا: f متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$  و  $f(0) = 0$  و  $f(1) = 1$

إذا كان  $0 \leq u_n < u_{n+1} < 1$  فإن

$$f(0) \leq f(u_n) < f(u_{n+1}) < f(1)$$

$$\text{أي : } 0 \leq u_{n+1} < u_{n+2} < 1 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع نستنتج أنه من

أجل كل عدد طبيعي n :  $0 \leq u_n < u_{n+1} < 1$

**ب) / استنتاج ان المتتالية  $(u_n)$  متقاربة: لدينا**

من أجل كل عدد طبيعي n :  $0 \leq u_n < u_{n+1} < 1$  معناه أن

المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$  ومحدودة من الأعلى

ومحدودة من الأسفل.

ما أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$  ومحدودة من

لأعلى، فإنها متقاربة نحو عدد حقيقي l.

**\*\*حساب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  : لدينا  $u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 3}$**

المتتالية  $(u_n)$  متقاربة نحو l معناه  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = l$

$$l = \frac{1}{2}\sqrt{l^2 + 3} \text{ يكافئ } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n^2 + 3}$$

$$\text{يكافئ } (2l)^2 = (\sqrt{l^2 + 3})^2 \text{ و } l > 0$$

$$\text{يكافئ } 4l^2 = l^2 + 3 \text{ و } l > 0$$

$$\text{يكافئ } l = 1 \text{ (مقبول) أو } l = -1 \text{ (مرفوض)}$$

$$\text{ومنه: } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$$

(III) لدينا: من أجل كل عدد طبيعي n :  $v_n = u_n^2 - 1$

**(1) نبين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها**

**وحدها الأول:**

$(v_n)$  م.ه معناه من أجل كل عدد طبيعي n :  $v_{n+1} = qv_n$

$$v_{n+1} = u_{n+1}^2 - 1 = \frac{1}{4}(u_n^2 + 3) - 1 = \frac{1}{4}(u_n^2 - 1)$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n \text{ ومنه } v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n \text{ م.ه أساسها } q = \frac{1}{4} \text{ وحدها الأول}$$

$$v_0 = u_0^2 - 1 = -1$$

$$\text{(2) التعبير عن } v_n \text{ بدلالة } n : v_n = v_0 q^n = -\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

**ثم استنتاج عبارة  $u_n$  بدلالة n : لدينا  $u_n^2 = v_n + 1$**

$$\text{ومنه: } u_n = \sqrt{v_n + 1} \text{ (لأن } u_n > 0 \text{)}$$

$$\text{اذن: } u_n = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}$$

$$\text{(3) حساب نهاية } (u_n) : \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n} = 1$$

**(4) التعبير عن المجاميع التالية بدلالة n :**

$$S_n = (u_0 - 1)(u_0 + 1) + (u_1 - 1)(u_1 + 1)$$

$$+ (u_2 - 1)(u_2 + 1) + \dots + (u_n - 1)(u_n + 1)$$

$$= (u_0^2 - 1) + (u_1^2 - 1) + (u_2^2 - 1) + \dots + (u_n^2 - 1)$$

$$= v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = v_0 \left( \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right)$$

$$\text{ومنه: } S_n = \left( \frac{-4}{3} \right) \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^{n+1} \right)$$



**ب\* استنتاج الأعداد الطبيعية  $N$  التي تعبر القسمة على 7 في الحالة  $a \equiv 2[7]$  و  $b \equiv 2[7]$**

لدينا  $N = a \times 10^3 + b$  ولدينا  $a \times 10^3 \equiv -a[7]$  إذن  $a \times 10^3 + b \equiv -a + b[7]$  ومنه

يكون  $N \equiv 0[7]$  إذا فقط إذا كان  $a \equiv b[7]$  ولدينا  $a \equiv 2[7]$  إذن  $b \equiv 2[7]$  ، ومنه القيم الممكنة للعددين

$a$  و  $b$  هي  $a = 2$  أو  $a = 9$  و  $b = 2$  أو  $b = 9$  ومنه هناك أربعة قيم ممكنة للعدد الطبيعي  $N$  وهي:

2002; 2009; 9002; 9009

**التمرين الثالث:**

**أ / 1 \* الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي:**

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

**ب\* حساب احتمال الأحداث**

$A$ : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون "

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^3 + C_4^3}{56} = \frac{1+4}{56} = \frac{5}{56}$$

$B$ : " الحصول على كرة على الأقل حمراء "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^1 \times C_4^2 + C_4^2 \times C_4^1 + C_4^3 \times C_4^0}{56} = \frac{24+24+4}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

$C$ : " الحصول على كرتين على الأكثر حمراء "

$$P(C) = \frac{C_4^0 \times C_4^3 + C_4^1 \times C_4^2 + C_4^2 \times C_4^1}{56} = \frac{4+24+24}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

**2 / تعيين قيم  $X$ :**

$$X(\Omega) = \{1; 2; 3\}$$

$$P(X=1) = P(A) = \frac{5}{56}$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_1^1}{56} = \frac{4 \times 3 \times 1}{56} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$$

$$\begin{aligned} S_n' &= (u_0^2 - 0) + (u_1^2 - 1) + \dots + (u_n^2 - n) \\ &= u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2 - (0+1+2+\dots+n) \\ &= (v_0+1) + (v_1+1) + \dots + (v_n+1) - \left[ \frac{n+1}{2} \right] (0+n) \\ &= (v_0+v_1+\dots+v_n) + (n+1) \cdot 1 - \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} \\ &= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{4} \right)^n - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} - \frac{1}{3} \end{aligned}$$

**التمرين الثاني:**

**1 / أ\* تعيين حلول المعادلة:  $(E): 8x - 5y = 3$**

واضح أن الثنائية  $(1;1)$  هي حل خاص للمعادلة  $(E)$  ، عندئذ نجد  $x = 5k + 1$  و  $y = 8k + 1$  حيث  $k$  عدد صحيح

**ب\* إثبات أن الثنائية  $(p; q)$  هي حل للمعادلة  $(E)$**

**استنتاج أن:**  $m \equiv 9[40]$

من المعطيات فإن الأعداد الصحيحة  $m$  و  $p$  و  $q$  تحقق العلاقة

$8p = m - 1$  و  $5q = m - 4$  وهذا يعني أن:  $8p - 5q = 3$  ومنه الثنائية  $(p; q)$  حل للمعادلة  $(E)$  وبالتالي يوجد عدد صحيح  $\lambda$  حيث

$$p = 5\lambda + 1 \text{ ولدينا } m = 8p + 1$$

$$m = 8(5\lambda + 1) + 1 = 40\lambda + 9$$

وهذا يعني أن:  $m \equiv 9[40]$

**ج\* تعيين أصغر عدد طبيعي  $m$  أكبر من 2000:**

$40k + 9 \geq 2000$  معناه  $k \geq 49,775$  ومنه أصغر قيمة هي  $k = 50$  وهذا يعطي القيمة المطلوبة لـ  $m$  وهي  $m = 2009$

**2 / أ\* إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي  $k$  لدينا:**

$$2^{3k} \equiv 1[7]$$

لدينا  $2^3 = 8$  أي  $2^3 \equiv 1[7]$  ومنه

من أجل كل عدد طبيعي  $k$  لدينا  $2^{3k} \equiv 1[7]$

**ب\* تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^{2009}$  على 7:**

$$2^{2009} = 2^{3 \times 669} \times 2^2$$

$$2^{2009} \equiv 1 \times 4[7] \text{ إذن}$$

$$2^{2009} \equiv 4[7] \text{ ومنه}$$

**3 / أ\* التحقق من أن:**  $10^3 \equiv -1[7]$

لدينا  $10^3 + 1 = 1001 = 7 \times 143$  ومنه  $10^3 \equiv -1[7]$



(2) أ - اثبات أن  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد معدوم :  
الدالة  $g$  تقبل قيمة حدية صغرى عند 0 هي 0 ومنه  
المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا معدوما في  $\mathbb{R}$ .

ب - استنتاج إشارة  $g(x)$  :

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	+	0	+

II. الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}^*$  ب :

$$f(x) = \ln(x - 1 + e^{-x})$$

(1) حساب النهايات :

\* أ

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

\* ب

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

التفسير الهندسي: المستقيم ذو المعادلة  $x = 0$  (محور الترتيب) هو مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$

(2) دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$ :

$$f(x) = \ln(g(x)) \text{ لدينا}$$

من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  :

$$f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)} = \frac{1 - e^{-x}}{x + 1 + e^{-x}}$$

إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $g'(x)$  لأن  $g(x) > 0$  من أجل  $x \neq 0$

الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  و متناقصة تماما على  $] -\infty; 0[$

جدول تغيرات الدالة  $f$ :

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

(3) أ - اثبات أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  :

$$f(x) = -x + \ln(xe^x - e^x + 1)$$

$$f(x) = \ln(x - 1 + e^{-x}) \text{ لدينا}$$

$$f(x) = \ln(e^{-x}(xe^x - e^x + 1))$$

$$= \ln(e^{-x}) + \ln(xe^x - e^x + 1)$$

$$= -x + \ln(xe^x - e^x + 1)$$

ب - استنتاج ان  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا  $(\Delta)$  بجوار  $-\infty$

$$\text{بما أن } \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - e^x + 1) = 0 \text{ فإن}$$

المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x$  مستقيم مقارب مائل لـ  $(C_f)$  نحو  $(-\infty)$ .

ستنتج  $P(X=2)$  :

$$\text{دينا : } P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 1$$

$$P(X=2) = 1 - P(X=1) - P(X=3) = 1 - \frac{5}{56} - \frac{12}{56} = \frac{39}{56}$$

منه قانون توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  :

$x_i$	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{56}$	$\frac{39}{56}$	$\frac{12}{56}$

ج - حساب الامل الرياضي :

$$E(X) = \left(1 \times \frac{5}{56}\right) + \left(2 \times \frac{39}{56}\right) + \left(3 \times \frac{12}{56}\right) = \frac{119}{56} \approx 2.13$$

\* حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(X) = \sum_{i=1}^3 (x_i - E(X))^2 \times p_i \approx 0.29$$

$$\sigma(X) = \sqrt{v(X)} \approx 0.54$$

التمرين الرابع :

1. الدالة معرفة على  $\mathbb{R}$  ب :

$$g(x) = x - 1 + e^{-x} \quad g'(x) = 1 - e^{-x}$$

$$* \quad g'(x) = 0 \text{ معناه } 1 - e^{-x} = 0$$

$$\text{معناه } -x = 0 \quad \text{معناه } x = 0$$

$$* \quad g'(x) > 0 \text{ معناه } 1 - e^{-x} > 0$$

$$\text{معناه } -e^{-x} > -1 \quad \text{معناه } e^{-x} < 1$$

$$\text{معناه } -x < 0 \quad \text{معناه } x > 0 \text{ ومنه}$$

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

الدالة  $g$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  و متناقصة تماما على  $] -\infty; 0[$

النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x \left( 1 - \frac{1}{x} - \frac{e^{-x}}{x} \right) \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

جدول التغيرات

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$



بما ان  $f(-1.2)f(-1.1) < 0$  فانه حسب مبرهنه الفيم

المتوسطة المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث

$$-1.2 < \alpha < -1.1$$

الدالة  $f$  مستمرة ورتبية تماما على  $[0; +\infty[$  ومنه مستمرة

و رتبية تماما على  $[1.8; 1.9]$  و  $f(1.8) = -0.03$  و

$$f(1.9) = 0.04$$

بما ان  $f(1.8)f(1.9) < 0$  فانه حسب مبرهنه القيم

المتوسطة المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\beta$  حيث

$$1.8 < \beta < 1.9$$

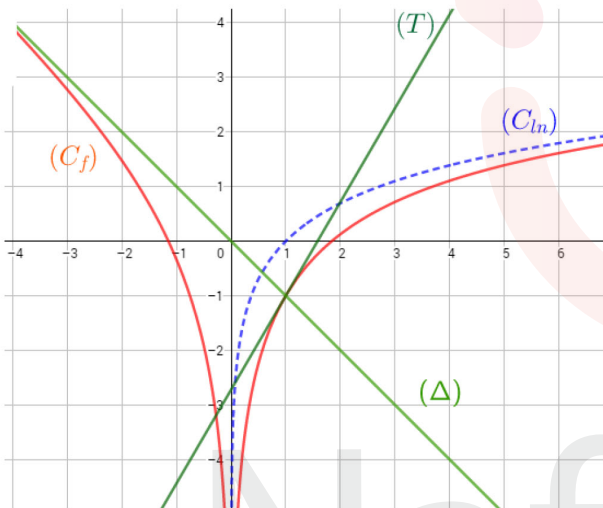
(6) أ - كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة

$$(T): y = f'(1)(x - 1) + f(1)$$

$$(T): y = (e - 1)(x - 1) - 1$$

$$(T): y = (e - 1)x - e$$

ب - الانشاء



(7) المناقشة البيانية :

(E) تكافئ:  $\ln(x - 1 + e^{-x}) = (e - 1)x + 1 + m$

تكافئ:  $f(x) = (e - 1)x + 1 + m$

حلول المعادلة (E) هي فواصل نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع

المستقيمات ذات المعادلة:  $y = (e - 1)x + 1 + m$ .

الموازية لـ (T).

① إذا كان  $1 + m < -e$  أي  $m < -1 - e$  فان

المعادلة (E) تقبل حلين موجبين تماما و حل سالب .

② إذا كان  $1 + m = -e$  أي  $m = -1 - e$  فان

المعادلة (E) تقبل حل مضاعف موجب و حل سالب .

③ إذا كان  $1 + m > -e$  أي  $m > -1 - e$  فان

المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا سالب .

ج - دراسة الوضع النسبي لـ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ :

لدينا:  $f(x) - y = \ln(xe^x - e^x + 1)$

$f(x) - y = 0$  معناه:  $\ln(xe^x - e^x + 1) = \ln 1$

معناه:  $xe^x - e^x + 1 = 1$

معناه:  $e^x(x - 1) = 0$

معناه:  $x = 1$  لأن  $e^x > 0$

معناه:  $f(x) - y > 0$   $x > 1$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x) - y$	-	-	0	+
الوضع النسبي	$(C_f)$ تحت $(\Delta)$	$(C_f)$ تحت $(\Delta)$	$(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A(1; -1)$	$(C_f)$ فوق $(\Delta)$

(4) ا - حساب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln(x))$ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x - 1 + e^{-x}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{e^{-x}}{x}\right)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{e^{-x}}{x}\right) = 0$$

الاستنتاج: المنحنى  $(C_{ln})$  هو منحنى مقارب للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $(+\infty)$

ب - الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(C_{ln})$  على  $[0; +\infty[$ :

$$f(x) - \ln x = \ln \frac{x - 1 + e^{-x}}{x} = \ln \left(1 + \frac{-1 + e^{-x}}{x}\right)$$

من أجل كل  $x$  من  $[0; +\infty[$  لدينا  $-x < 0$  ومنه  $e^{-x} < 1$  إذن

$$\frac{-1 + e^{-x}}{x} < 0 \quad \text{وهذا يكافئ} \quad 1 + \frac{-1 + e^{-x}}{x} < 1$$

$$\text{ومنه} \quad \ln \left(1 + \frac{-1 + e^{-x}}{x}\right) < 0 \quad \text{إذن} \quad f(x) - \ln x < 0$$

ومنه  $(C_f)$  يقع تحت  $(C_{ln})$  على المجال  $[0; +\infty[$

(5) تبيان ان  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطتين

فاصلتهما  $\alpha$  و  $\beta$ :

الدالة  $f$  مستمرة ورتبية تماما على  $]-\infty; 0[$  ومنه فهي

مستمرة ورتبية تماما على  $]-1.2; -1.1[$  و

$$f(-1.1) = -0.10 \quad \text{و} \quad f(-1.2) = 0.11$$